

Laboratoriearbeid

PHYS111 – Mekanikk

Lab 2: **Elastiske kollisjoner**

Utført dato: 20. oktober 2005

Rapport fra:
Erik Grindheim

Gruppe nr. 4-5:
Mads Christensen
Erik Grindheim

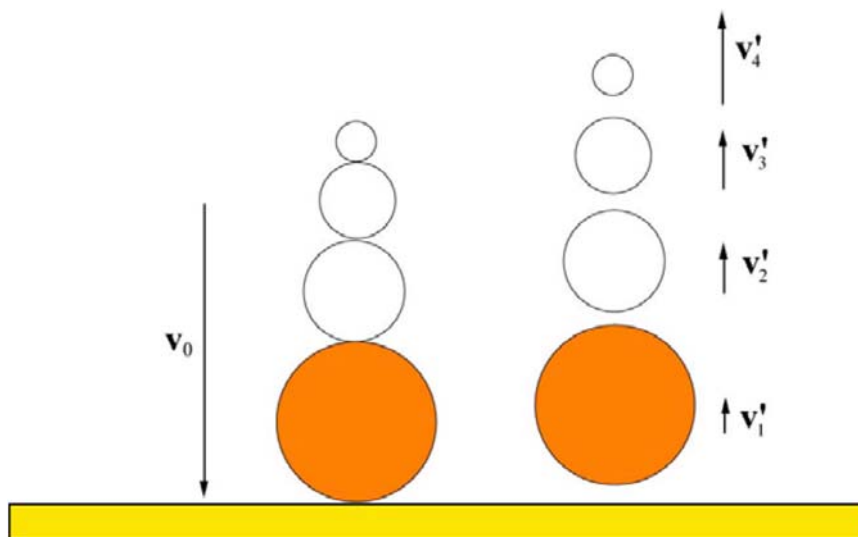
Elastiske kollisjoner

Laboratoriekurs i fysikk, PHYS111 – øvelse nr. 2

Rapport fra: **Erik Grindheim**
Gruppe: 4-5 (Mads C. & Erik G.)
Dato forsøk: 20. oktober 2005

Innledning

Forsøket går ut på å slippe en ”søyle” med fem såkalte ninjaballer eller superballer i gulvet og måle hvor høyt den øverste ballen spretter. Ved å gjøre beregninger skal vi anslå restitusjonskoeffisienten e som sier noe om hvor uelastisk disse gummiballene kolliderer med hverandre. Figuren under viser et tilsvarende forsøk men med fire baller i stedet for fem. Til venstre er ballene på vei nedover, idet de skal treffe gulvet. Til høyre vises hvordan ballene beveger seg rett etter kollisjonen med gulvet.



Tilslutt simulerer vi forsøket i programmet ”Interactive Physics”, ved å sette inn tall for ballenes fysiske dimensjoner og masser, og vi setter inn en beregnet verdi for e .

Utstyr

Ninjaballer (superballer), meterstokk, skyvelære, Casio –kalkulator og PC med fysikkprogrammet Interactive Physics

Måleresultater

Diametrene til ballene er målt med skyvelære og verdiene i millimeter er som følger:

$$\{ d_1, d_2, d_3, d_4, d_5 \} = \{ 59.7, 44.4, 31.0, 26.4, 17.0 \}$$

En del forsøk mislykkes pga uønsket friksjon i ballenes føringsmekanisme, men etter hvert får vi gode resultater. Målingene våre sier at ved et fall på 100 mm så spretter den øverste ballen 1780 mm over golveflaten. Siden den øverste ballen starter fra 175 mm over gulvet, så

spretter den opp (fra utgangspunktet) en distanse på 1605 mm. Kopi av kladdemarket med alle målingene er vedlagt bakerst i rapporten.

Teori

Læreboken vår, *Generell fysikk for universiteter og høyskoler, bind 1* omtaler temaet ”Kollisjoner” i kapittel 5.3 og i essayet på side 146-148. Her forklares elastiske og uelastiske kollisjoner. Restitusjonskoeffisienten e defineres som forholdet mellom legemenes relative fartsdifferanser etter og før kollisjonen.

Med fart menes her lengden av en vektor, altså en (positiv) skalar. Det er tre mulige utfall:

- $e = 1$
Størrelsen av farten mellom legemene er uendret. Ingen kinetisk energi har gått tapt, og kollisjonen er derfor fullstendig elastisk.
- $0 < e < 1$
Legemene har en viss fart i forhold til hverandre også etter kollisjonen, men denne farten er mindre enn den var først. En del kinetisk energi har altså gått bort i kollisjonen.
- $e = 0$
Her er farten mellom legemene null etter kollisjonen, dvs. de henger sammen og beveger seg videre som ett enkelt legeme. Kollisjonen er fullstendig uelastisk.

Gjennomføring og beregninger

Alle ballene har startfarten v_0 rett før kollisjonene: $v_0 = \sqrt{2 \times g \times 0,100\text{m}} \approx 1,40 \text{ m/s}$

Hvis de små ballene (oppe) er mye mindre enn de store ballene (nede), så vil farten (oppover) for den øverste ballen (ball nr. 5) etter kollisjonene være $(2^n - 1)$ ganger større enn den var rett før kollisjonene (nedover). Hvis det er slik at $m_{k+1} \ll m_k$ og vi ser bort ifra luftmotstand og annen friksjon, samt at $e = 1$, da får vi at den lille ballen som ligger øverst spretter oppover en maksimal høyde på:

$$h_{\text{maks}} = (2^n - 1)^2 \times h_{\text{slipp}} = (2^5 - 1)^2 \times 0,100\text{m} \approx \underline{96 \text{ m}} \quad (\text{som i lærebokens side 148})$$

Hvis vi tar hensyn til det virkelige forholdet mellom ballenes masser så får vi et mer realistisk regnestykke. Etter lærebokens ligning (5.16) kan vi sette opp disse uttrykkene for de nye hastighetene til de enkelte ballene:

$$\begin{aligned} v'_1 &= -ev_0 \\ v'_2 &= \frac{(m_2 - em_1)v_0 + (1+e)m_1v'_1}{m_1 + m_2} \\ v'_3 &= \frac{(m_3 - em_2)v_0 + (1+e)m_2v'_2}{m_2 + m_3} \\ v'_4 &= \dots \end{aligned}$$

I stedet for å sette inn massene, så bruker vi diametrene d_k opphøyd i tredje potens, ettersom alle kulene trolig har samme densitet ρ , og dermed har masse som er proporsjonal til d_k^3 :

$$m_k = \rho \times \frac{4}{3} \pi \times (d_k/2)^3$$

v_0 er kjent, alle diametrene d_k er kjent, og hvis vi setter $e = 1$ så får vi følgende verdier for v'_k når vi regner med formlene over, verdier i m/s :

$$\{v'_1, v'_2, v'_3, v'_4, v'_5\} = \{-1.40, -2.57, -4.52, -5.92, -10.16\}$$

$$h_{\text{maks_ny}} = (v'_5)^2 / (2 \times g) \approx \underline{5.26 \text{ meter}} \quad (\text{tilnærminger: Ingen friksjon, } e = 1)$$

Den egentlige gjennomsnittlige verdien av e (kalt $\bar{e}$) finnes ved å la Casio –kalkulatoren regne ut en numerisk løsning på likningene ovenfor, dersom det angis at ”spretthøyden” skal være 1605 mm (dvs 1780 mm over golvet). Resultatet blir at $\bar{e} \approx 0.81$.

Videre eksperimentering med den numeriske solveren på kalkulatoren viser at dersom fallhøyden i utgangspunktet ikke var 10 cm (hvis vi f.eks. målte unøyaktig under gjennomføringen av eksperimentene), men at den heller var 9,5 eller 10,5 cm så blir $\bar{e}$ lik 0,82 eller 0,80 henholdsvis.

En simulering i fysikkprogrammet ”Interactive Physics” bekrefter at ballen spretter 1,780 meter over golvet hvis massene settes i samsvar med ballenes diameter opphøyd i tredje potens, og restitusjonskoeffisientene settes til 0,81 – den verdien vi numerisk beregnet oss frem til med Casio’en. En utskrift fra denne simuleringen er vedlagt bak i rapporten.

Konklusjon

Når vi tar hensyn til massene (her beregnet indirekte via diameteren) så reduseres spretthøyden fra 96 m til 5,3 m. Så hvis ikke massene er mye mer ulike enn de var her, så er det en meget grov forenkling å si at $m_{k+1} \ll m_k$.

Videre ser vi at når restitusjonskoeffisienten blir redusert fra 1 (ideell, tenkt situasjon) til 0,81 så reduseres spretthøyden fra 5,3 m til 1,6 m. Man skal altså trå varsomt når man anslår restitusjonskoeffisienten, ellers kan man få ganske feilaktige svar.

Vi føler oss sikre på at vi bommer ikke mye om vi sier at restitusjonskoeffisienten $\bar{e}$ ligger mellom 0,80 og 0,82 for superballene vi brukte i dette eksperimentet.

Erik Grindheim