HØGSKOLEN I BERGEN
Avdeling for ingeniørutdanning

EKSAMEN I SOE313 DIGITAL SIGNALBEHANDLING

KLASSE : 3EC

DATO : 9. desember 2003

ANTALL OPPGAVER	: 3
ANTALL SIDER	: 3
VEDLEGG	: Ingen
HJELPEMIDLER	: Kalkulator Lærebok: 3 gule hefter: "Signalbehandling for ingeniører" av T.Natås. Høsten 2003.
TID	: 9.00 - 13.00
SENSOR	: Bjørn Askeland
FAGLÆRER	: Terje M. Natås
MERKNADER	: Ordinære notater i læreboka er tillatt, men ikke systematisk løste eksamensoppgaver

Postboks 7030, 5020 Bergen. Tlf. 55 58 75 00, Fax 55 58 77 90
Besøksadr.: Nygårdsgt. 112, Bergen

Les dette først:
Innenfor de rammer oppgaven setter, skal du bruke enklest mulig metode, og komme fram til enklest mulig svar. Ta bare med i besvarelsen det du mener er relevant for å besvare oppgaven. I teoribesvarelser legges det vekt på at besvarelsen viser at en har en helhetlig forståelse av stoffet. *Lykke til!*

Oppgave 1

a) Et system har impulsrespons: $h[n] = 0{,}5 \cdot \delta[n] + \delta[n-1] + 0{,}5 \cdot \delta[n-2]$
Finn den Z-transformerte til $h[n]$.

b) Regn ut sprangresponsen y[n] til systemet i punkt a for n= 0, 1, 2, 3 og 4 ved hjelp av Z-transformasjon.

c) Regn ut sprangresponsen y[n] til systemet i punkt a for n= 0, 1, 2, 3 og 4 ved hjelp av foldning.

d) Et system har transferfunksjon $H(z) = \dfrac{1 - z^{-1}}{1 - \frac{1}{4}z^{-1} - \frac{1}{8}z^{-2}}$

Finn impulsreponsen til systemet.

Oppgave 2

a) Et digitalt system har følgende 4 nullpunkter skrevet på polar form:
$n_1 = re^{j\theta}$ $\quad n_1^* = re^{-j\theta}$ $\quad n_2 = \frac{1}{r}e^{j\theta}$ og $\quad n_2^* = \frac{1}{r}e^{-j\theta}$
Nullpunkter n_1 og n_2 kalles resiproke . n_1^* og n_2^* er komplekst konjugert av n_1 og n_2.
Systemet har 4 poler i origo.

Vis at transferfunksjonen kan skrives som $H(z) = \dfrac{1}{z^4}(z^4 + pz^3 + qz^2 + pz^1 + 1)$

der $p = -2(r + \frac{1}{r})\cos\theta$ og $q = r^2 + (2\cos\theta)^2 + \frac{1}{r^2}$

b) Finn frekvensresponsen til et digital system med transferfunksjon:
$H(z) = z^{-2}\left(\left(z^2 + z^{-2}\right) + p\left(z^1 + z^{-1}\right) + q\right)$
(Dette er den samme transferfunksjonen som i punkt a)
Påvis at det digitale systemet er FIR-filter med lineær fase.

c) Finn impulsresponsen til systemet i punkt b uttrykt med p og q.
Beregn impulsresponsen for r = 1, $\theta = \frac{\pi}{3}$. Skissér impulsresponsen.

d) Samplingsfrekvensen til systemet som er beskrevet i punktene a,b og c er 8 kHz.
Bestem 3 punkter på forsterkningskurven. Skissér systemets forsterkningskurve.

Oppgave 3

a) Et analogt signal har formen $x_A(t) = e^{-t}u[t]$
Finn uttrykket for tallverdien til den den Fouriertransformerte $|X_A(f)|$ for signalet.
Finn $|X_A(f)|$ for f = 0 og for f = 2,5 Hz .
Skisser $|X_A(f)|$ fra 0 opp til 2,5 Hz (ikke dB eller log skala)

b) Signalet $x_A(t) = e^{-t}u[t]$ samples med samplingsperiode $T_s = 1/F_s$ og kalles $x_s(t)$.
Finn uttrykket for tallverdien til den Fouriertransformerte $|X_s(f)|$ for $x_s(t)$ mellom 0 og $F_s/2$ når en ser bort fra aliasering. $|X_A(f)|$ skal inngå i uttrykket
Vi setter T_s lik 0.2 sekund. Finn $|X_s(f)|$ for $f = 0$.
Hvor stor er aliaseringsfeilens hovedkomponent ved $f = 2.5$ Hz ?
(dvs innvirkningen fra den nærmeste "spekter-kopien")

c) Det samplede signalet $x_s(t)$ i punkt b kan skrives: $x_S(t) = \sum_{i=0}^{\infty} e^{-iT_s}\delta(t - iT_s)$

der $\delta(t)$ er en Dirac impuls (analog enhets impuls).
Vis at den Fouriertransformerte $X_s(f)$ til dette uttrykket kan skrives som

$$\frac{1}{1 - e^{-(1+j2\pi f)T_s}}$$

Finn tallmessig verdi for $|X_s(0)|$ når T_s er lik 0.2 sekund.
Resultatet er litt forskjellig fra tilsvarende svar i punkt b. Vis ved regning hvordan mesteparten av dette kan forklares.

d) Samplingsverdiene til signalet i punkt b kan skrives som en sekvens $x[n] = e^{-nT_s}u[n]$
Finn den Z-transformerte $X_d(z)$ til x[n].
Finn $|X_d(f)|$ for f = 0 Hz

e) Det samplede signalet i punkt b kan skrives som en sekvens $x[n] = e^{-nT_s}u[n]$ av lengde N
Finn et enklest mulig uttrykk for den Diskret Fourier Transformerte $X_{DFT}[m]$ til x[n] for m = 0 når vi lar N være så stor at den får neglisjerbar innvirkning.
Finn tallverdien til $X_{DFT}[0]$.